

型均有可能出现,大多为中等难度,预测 2017 年高考对本节内容仍将以考查线、面位置关系的判定为主,重点考查空间想象能力与逻辑思维能力,题型以选择、填空题为主,分值为 5 分.

例 11. 如图 16 是侧棱长和底面边长都等的正四棱锥的平面展开图, M, N, P, Q 分别是边 BF, AB, CD, DH 的中点,在这个正四棱锥中,下列四个命题:

- (1) MN 和 PQ 平行;
- (2) CE 和 PQ 平行;
- (3) MN 和 PE 所成的

角为 60° ;

- (4) EP 和 AB 垂直.

则正确的个数有 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

解析: 把平面展开图还原成正四棱锥,如图 17,可知 MN 和 CD 不平行,是异面直线,(1) 不对; CE 和 PQ 平行,(2) 正确;设正四棱锥的边长为 a ,因为 $MN \parallel AE$,则 AE 和 PE 所成的角 $\angle AEP$,即是 MN 和 PE 所成的角, $MN \parallel AE$,故 $MN = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}a$,在 Rt

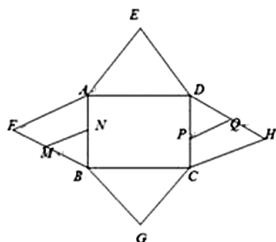


图 16

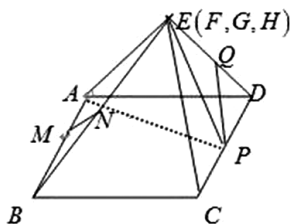


图 17

$\triangle ADP$ 中, $AP = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$, 在 Rt $\triangle EPD$ 中, $EP = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, 因为 $\cos \angle AEP = \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 + a^2 - (\frac{\sqrt{5}}{2}a)^2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \times a} = \frac{\sqrt{3}}{6}$, 故 (3) 不对; 因为 $EP \perp$

CD , $AB \parallel CD$, EP 和 AB 垂直, 故 (4) 正确, 故正确的有 2 个, 选 B.

点评: 本题主要考查的是空间几何体的展开图, 两条直线的平行、垂直、异面及所成角问题, 解题的关键是将展开图还原成空间几何体, 考查考生的空间想象能力.

热点四、直线与平面、平面与平面的平行或垂直的判定问题

本知识点命题要点: (1) 空间中两直线平行或垂直的判定与性质; (2) 空间中直线与平面平行或垂直的判定与性质; (3) 空间中两平面平行或垂直的判定与性质.

从近几年的全国高考试题看, 对本节内容的考查主要体现在以下: 以选择、填空题的形式考查线面、面面的平行或垂直的判定, 以解答题的形式考查线面、面面的平行或垂直, 预测 2017 年高考对本节内容仍将以考查线面、面面的平行或

垂直的判定和证明为主, 重点考查空间想象能力与逻辑思维能力.

例 12. l, m 设是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则以下五个命题:

- ① 若 $l \perp \alpha$, $\alpha \perp \beta$, 则 $l \subset \beta$;
- ② 若 $l \parallel \alpha$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \subset \beta$;
- ③ 若 $l \perp \alpha$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp \beta$;
- ④ 若 $l \subset \alpha$, $m \subset \alpha$, $l \parallel \beta$, $m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
- ⑤ 若 $l \subset \alpha$, $l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$.

正确的个数有 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解析: 对于①, 若 $l \perp \alpha$, $\alpha \perp \beta$, 有可能出现 $l \parallel \beta$ 的情形, ①错; 对于②, 若 $l \parallel \alpha$, $\alpha \parallel \beta$ 同样有可能出现 $l \parallel \beta$ 的情形, ②错; 对于③, 容易判断是正确的; 对于④, 当且仅当 $l \subset \alpha$, $m \subset \alpha$, $l \cap m$, $l \parallel \beta$, $m \parallel \beta$, 才满足 $\alpha \parallel \beta$, ④错; 对于⑤, 若 $l \subset \alpha$, $l \perp \beta$, 在 $\alpha \cap \beta$ 且不垂直的情况下也有可能成立, 综上, 选 A.

点评: 本题主要考查立体几何的线面、面面的平行和垂直位置关系, 解答这类题的关键是熟记立体几何相关的定理、定义、公式等. 2016 全国卷 II 对这方面进行了考查.

例 13. 如图 18, 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $MD \perp ABCD$ 平面, $NB \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $MD = NB = 1$, E 为 MC 的中点, 则下列命题不正确的是 ()

- A. 平面 $BCE \perp$ 平面 ABN
B. $MC \perp AN$
C. 平面 $CMN \perp$ 平面 AMN
D. 平面 $BDE \parallel$ 平面 AMN

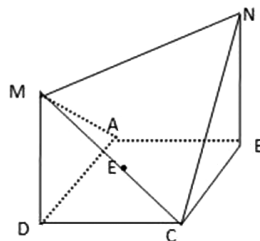


图 18

解析: 如图 19 所示, 该几何体为为正方体截去两个三棱锥所剩的几何体, 把该几何体放置到边长为的正方体中, 由于 $BC \perp BN$, $BC \perp AB$, $BC \perp$ 平面 ABN , 而 $BC \subset$ 平面 BCE , 故平面 $BCE \perp$ 平面 ABN , 所以 A 正确; 取 AN 的中点 F , 连接 FB , MF , EB , 则 $MC \parallel FB$, 又 $FB \perp AN$, 所以 $MC \perp AN$, 所以 B 正确; 由题意易得 $EB \parallel MF$, 又 $EB \not\subset$ 平面 AMN , $EB \parallel$ 平面 AMN , 同理 $BD \parallel$ 平面 AMN , 故平面 $BDE \parallel$ 平面 AMN , 所以 D 正确, 故不正确的选 C.

点评: 本题考查线线、线面、面面的位置关系, 解题的关键是结合题意构造一个正方体, 使问题获得解决. 构造法实

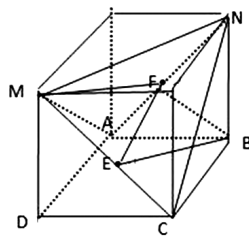


图 19